LYCÉE de l'ÉLORN
le choix de votre réussite

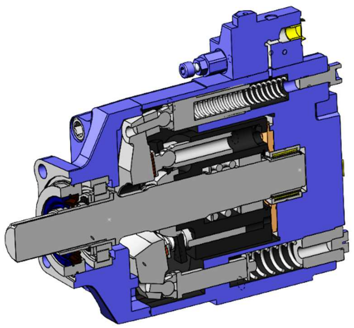
Spécialité SI

Fiche de cours

Modélisation des assemblages mécaniques

POURQUOI LA MODÈLISATION ?

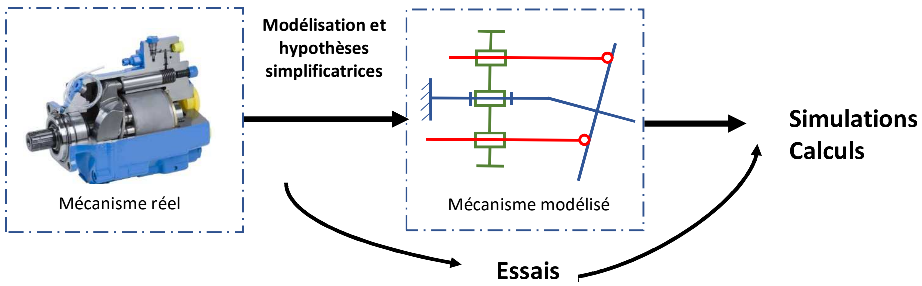
Les mécanismes sont constitués d'une multitude de pièces aux formes diverses, agencées dans l'espace et dont le but est de remplir **l'exigence globale** correspondant au **cahier des charges**.



L'étude de ces systèmes est très compliquée, la **modélisation** a pour but de simplifier leur représentation en utilisant une **norme** et permet de :

En phase de conception :
Réaliser des croquis pour expliquer le mouvement des différents ensembles de pièces les uns par rapport aux autres.

En phase d'analyse d'un mécanisme existant :
Comprendre rapidement le fonctionnement du mécanisme indépendamment de la complexité des pièces, de manière à vérifier ou prédire les performances attendues.



LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÈLISATIONS

En fonction de l'étude envisagée, on distingue trois types de schémas modélisant un système.

Exemple : guidage en rotation par roulements à billes :

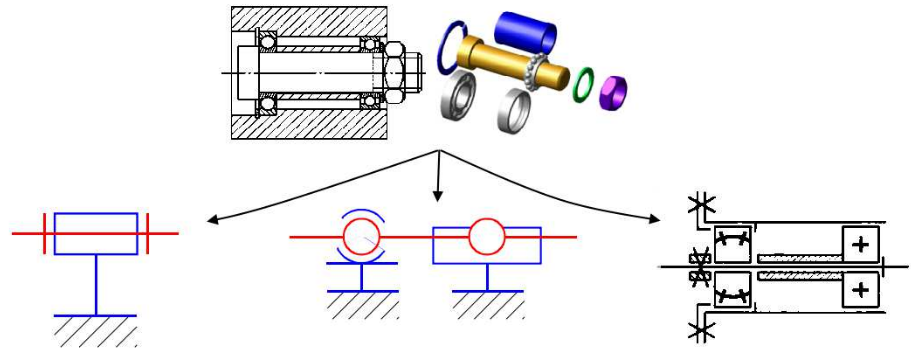


SCHÉMA CINÉMATIQUE MINIMAL
- Il exprime la fonction sans préjuger des solutions technologiques retenues.
- La position relative des liaisons peut être modifiée.
- Il s'emploie pour une étude cinématique du mécanisme.
- Les pièces ayant la même classe d'équivalence cinématique sont représentées par le même trait (pièces sans mouvement relatif).

SCHÉMA CINÉMATIQUE ARCHITECTURAL
- Il définit l'ensemble des liaisons du mécanisme dans leur position relative.
- Il est nécessaire pour déterminer les actions mécaniques transmises au niveau des liaisons.
- Il s'emploie pour une étude statique ou dynamique.

SCHÉMA TECHNOLOGIQUE
- Il montre comment est envisagée la construction.
- Il permet de comparer plusieurs solutions technologiques.
- Il s'emploie pour une étude technologique.
- Les liaisons complètes apparaissent

VOCABULAIRE ET DÉFINITIONS

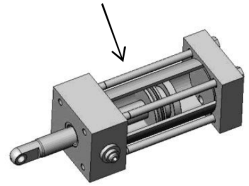
Un solide

En mécanique, les solides sont considérés comme indéformables, c'est-à-dire que la distance entre 2 points quelconques appartenant au solide est constante.
Un solide est également supposé géométriquement parfait, homogène et isotrope et il est de masse constante.

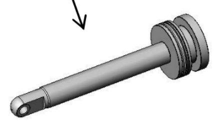
Système matériel

C'est un ensemble de solides liés, mais :

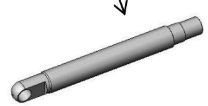
Il peut être un ensemble



un sous-ensemble



une pièce



Choix d'un système matériel :
Lors d'une étude mécanique, on considère tout élément n'appartenant pas au système considéré comme étant extérieur à ce système.
C'est pour cette raison qu'en début d'étude, il est important d'énumérer tous les éléments qui font partie du système considéré, on parle alors de frontière de l'étude.

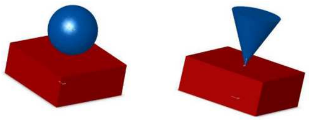
Liaisons

Dès qu'il y a contact entre deux solides (ou 2 systèmes matériels), il y a alors une liaison entre ces solides.
On peut caractériser cette liaison soit :

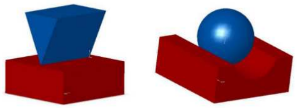
- À partir du type de contact,
- À partir des mouvements relatifs des pièces.

Nature géométrique des contacts ou type de contact :
On distingue 3 familles de contacts, à savoir…

Ponctuel : contact en un point (ou surface de contact assimilable à un point).



Linéique : contact suivant une ligne droite ou courbe (ou surface de contact assimilable à une ligne)

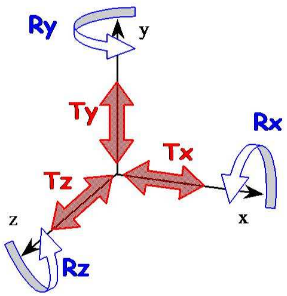


Surfacique : contact suivant une surface quelconque.

Remarque :
Il ne faut pas perdre de vue que dans la réalité, il n'existe que des contacts surfaciques. Nous serons donc amenés à émettre certaines hypothèses sur l'importance des contacts de manière à simplifier l'étude.

Mouvements relatifs ou degrés de liberté :

Les degrés de liberté :



L'espace est représenté par un repère à trois dimensions. Un solide libre dans l'espace possède 6 degrés de liberté (ou mobilités) :
- 3 translations
- 3 rotations

Ces 6 degrés de liberté permettent au solide d'occuper n'importe quelle position dans l'espace.

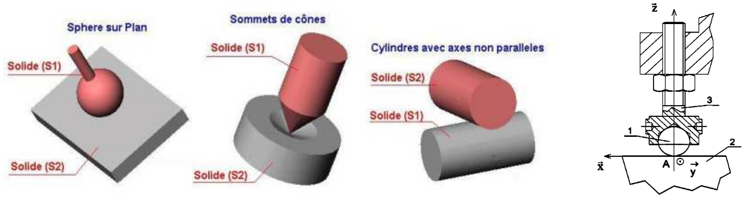
Si ce solide est une pièce d'un système mécanique (ex : aiguille d'une montre, roue d'une voiture, contact mobile d'un disjoncteur…) le nombre de ses degrés de liberté sera limité par les liaisons qu'il entretient avec les autres pièces du système.
Il existe une représentation normalisée de ces liaisons (il faut les connaître par cœur !)

La définition d'une liaison comprend toujours le nom normalisé accompagné de ses caractéristiques de position et d'orientation (point, axe, normale, …)
Exemple : liaison pivot d'axe A

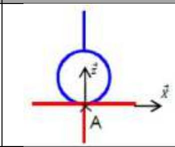
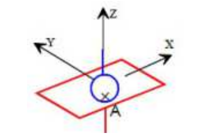
Il existe **11 liaisons normalisée** (norme NF E04-015) dont il faut connaître les surfaces en contact, la dénomination et les représentations normalisés (appelés symboles des liaisons).

RECONNAÎTRE LES LIAISONS

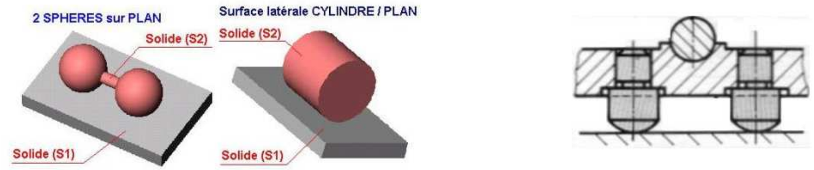
Liaison ponctuelle (ou sphère-plan)



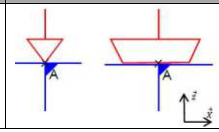
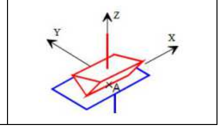
En réalité, la liaison ponctuelle n'existe pas, en effet la pression au point de contact serait infinie ! Les solides se déforment et la zone s'élargit, formant une petite surface de contact, le comportement est alors analogue à celui d'une liaison ponctuelle.
Exemples : roue de vélo sur la route, boule de souris sur tapis, pointe du stylo sur une feuille…

<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Ponctuelle de normale $A\vec{z}$</td><td>5</td><td><table><tr><td></td><td>T</td><td>R</td></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>1</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

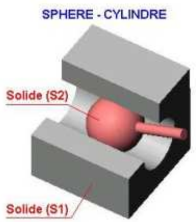
Liaison linéaire rectiligne

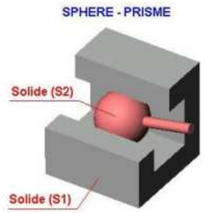


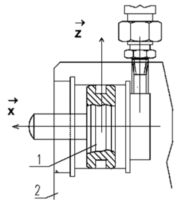
Comme pour le contact ponctuel, le contact sur une ligne est improbable, dans la réalité et pour des études statiques il faudra tenir compte de la pression de déformation entre les pièces.

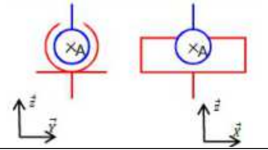
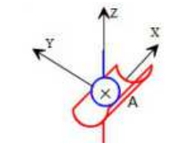
<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Linéaire rectiligne d'axe $A\vec{x}$ et de normale $A\vec{z}$</td><td>4</td><td><table><tr><td></td><td>T</td><td>R</td></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>1</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Liaison linéaire annulaire

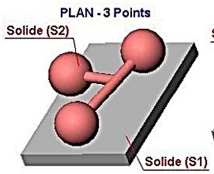


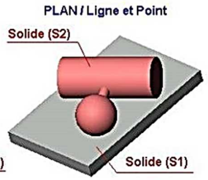


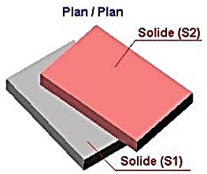


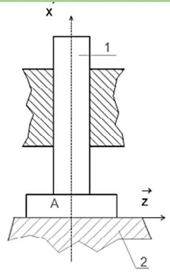
Dénomination	Degrés de liberté	Tableau des mobilités	Représentation plane	Représentation spatiale
Linéaire annulaire d'axe $A\vec{x}$	4	T R $\vec{x}$ 1 1 $\vec{y}$ 0 1 $\vec{z}$ 0 1		

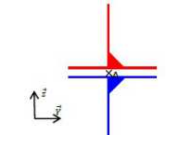
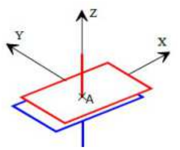
Liaison appui plan



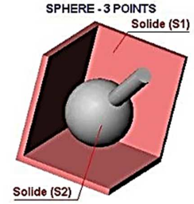


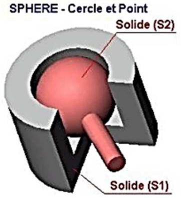


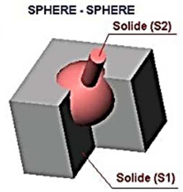


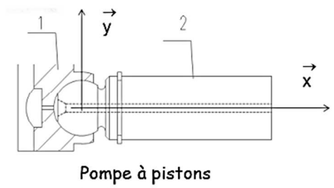
Dénomination	Degrés de liberté	Tableau des mobilités	Représentation plane	Représentation spatiale
Appui plan de normale $A\vec{z}$	3	T R $\vec{x}$ 1 0 $\vec{y}$ 1 0 $\vec{z}$ 0 1		

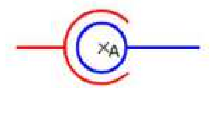
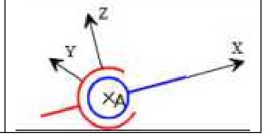
Liaison rotule (ou sphérique)



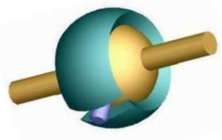


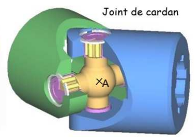


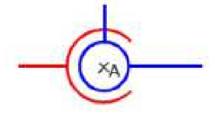
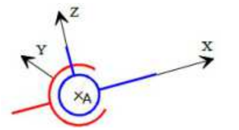


Dénomination	Degrés de liberté	Tableau des mobilités	Représentation plane	Représentation spatiale
Rotule de centre A	3	T R $\vec{x}$ 0 1 $\vec{y}$ 0 1 $\vec{z}$ 0 1		

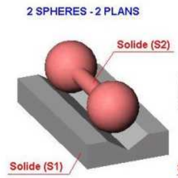
Liaison rotule à doigt (ou sphérique à doigt)

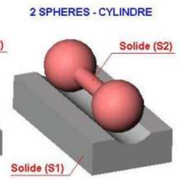


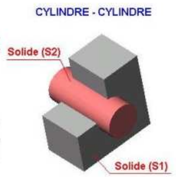


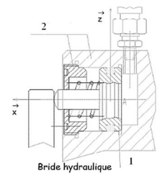
Dénomination	Degrés de liberté	Tableau des mobilités	Représentation plane	Représentation spatiale
Rotule à doigt de centre A et d'axes de rotation $A\vec{y}$ et $A\vec{z}$	2	T R $\vec{x}$ 0 0 $\vec{y}$ 0 1 $\vec{z}$ 0 1		

Liaison pivot glissant

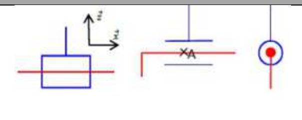
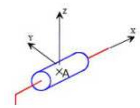




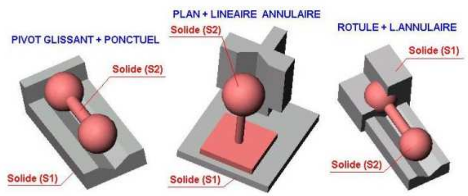


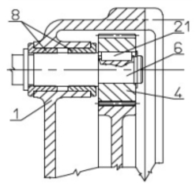


Contrairement à la liaison Linéaire Annulaire, cette liaison nécessite un **centrage long**. Par ailleurs, il est possible de la réaliser avec 2 liaisons Linéaires Annulaires.

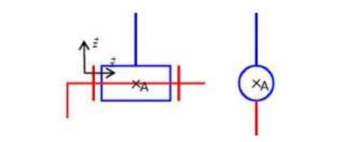
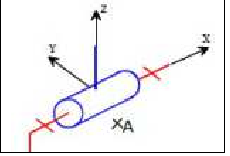
Dénomination	Degrés de liberté	Tableau des mobilités	Représentation plane	Représentation spatiale
Pivot Glissant d'axe $A\vec{x}$	2	T R $\vec{x}$ 1 1 $\vec{y}$ 0 0 $\vec{z}$ 0 0		

Liaison pivot

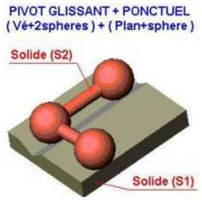


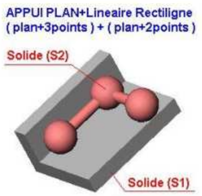


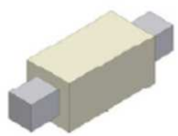
Les réalisations les plus courantes sont basées sur le complément d'un contact cylindrique par un arrêt axial. C'est une liaison très utilisée dans les systèmes qui nous entourent.

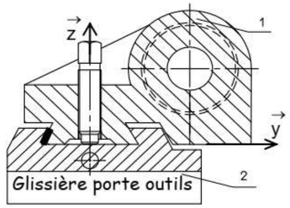
<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Pivot d'axe $A\vec{x}$</td><td>1</td><td><table><tr><th></th><th>T</th><th>R</th></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

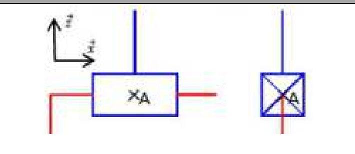
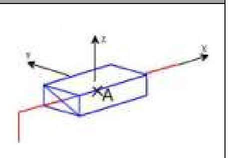
Liaison glissière



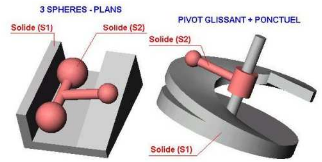


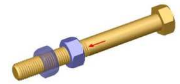


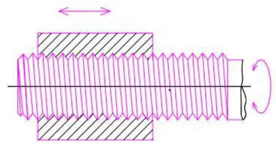


<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Glissière de direction ou d'axe $A\vec{x}$</td><td>1</td><td><table><tr><th></th><th>T</th><th>R</th></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

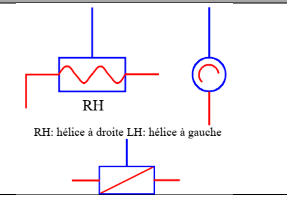
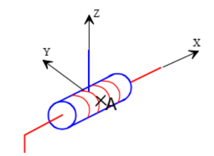
Liaison glissière hélicoïdale







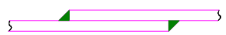
Ce qui caractérise cette liaison, c'est l'existence de **deux degrés de liberté combinés** : la rotation autorisée est simultanée à la translation dans un rapport qu'on appelle le **pas de la vis**, d'hélice ou de filet.

<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Glissière Hélicoïdale de direction ou d'axe $A\vec{x}$</td><td>2 combinés</td><td><table><tr><th></th><th>T</th><th>R</th></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

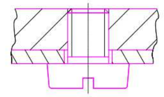
Paramètres et relations :
x : translation de l'écrou suivant en mm
θ : angle de rotation de la vis autour de $A\vec{x}$ en radian
p : pas de la vis en mm

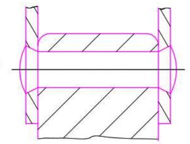
$$\boxed{x = \frac{p}{2\pi}\cdot\theta}$$

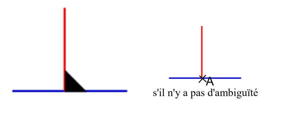
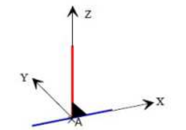
Liaison encastrement

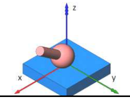
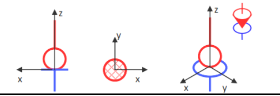
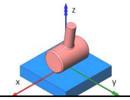
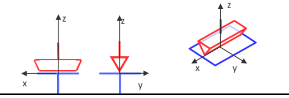
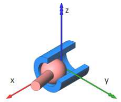
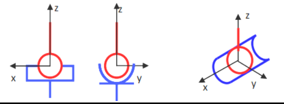
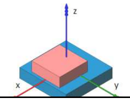
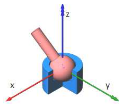
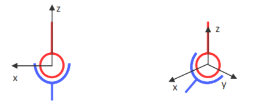

Assemblage soudé

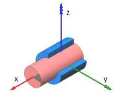
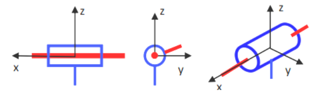
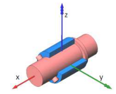
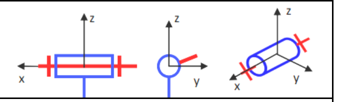
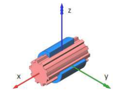
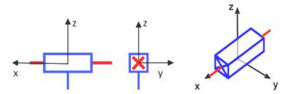
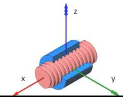
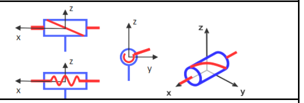
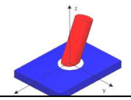
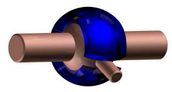
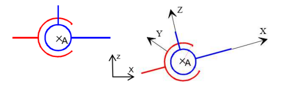

Assemblage collé


Pièces vissées entre elles


Pièces assemblées par rivet

<table>
<tr><th>Dénomination</th><th>Degrés de liberté</th><th>Tableau des mobilités</th><th>Représentation plane</th><th>Représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Encastrement en A</td><td>0</td><td><table><tr><th></th><th>T</th><th>R</th></tr><tr><td>$\vec{x}$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{y}$</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>$\vec{z}$</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Exemple	Degrés de liberté	Liaison	Schématisations planes et spatiale
			
			
			
			
			

Exemple	Degrés de liberté	Liaison	Schématisations planes et spatiale
			
			
			
			
			
			

LES CLASSES D'ÉQUIVALENCES

Définition

Un mécanisme peut être décomposé en plusieurs sous-ensembles, appelés **Classes d'Equivalence Cinématique (CEC)** ou **groupe cinématique**, composés chacun de pièces qui n'ont aucun mouvement relatif entre elles.
Méthode :

- Rechercher la première classe d'équivalence cinématique en partant de la pièce principale fixe puis en recherchant toutes les liaisons encastrements avec elle.
- Opérer de même pour la recherche des autres classes d'équivalence cinématique jusqu'à ce que les pièces du mécanisme soient incluses dans un groupe cinématique.

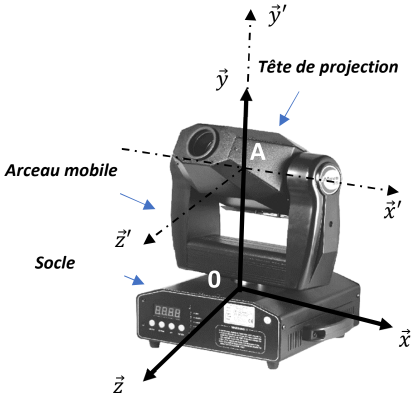
Remarques importantes : On ne doit pas prendre pas en compte les pièces déformables comme les bandes, courroies, ressorts car chaque extrémité de ces pièces appartient à une classe différente (contrairement aux joints qui appartiennent à une CEC précise).

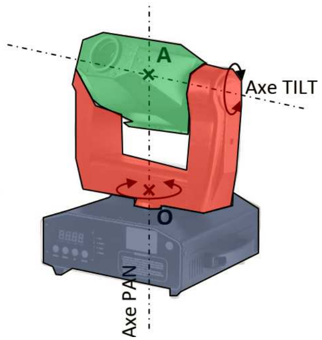
Mise en situation

Considérons le projecteur d'ambiance Imove où deux moteurs assurent le déplacement du faisceau lumineux selon les axes repérés sur la photo ci-dessous. Dans le milieu du spectacle l'axe vertical est défini « axe PAN » et l'axe horizontal est défini « axe TILT ».

La liaison entre le socle et l'arceau mobile est définie dans le repère général R $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. En revanche les degrés de liberté entre l'arceau mobile et la tête de projection ne peuvent pas être définis dans ce **repère général**, ils seront donc définis dans un **repère local** R' $(A, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$.

Les points O et A sont nommés **centres de liaisons.**





Dans cette étude nous nous limiterons à la définition de 3 classes d'équivalences listées ainsi :

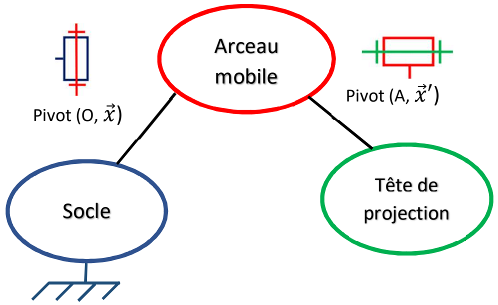
{ Socle }
{ Arceau mobile }
{ Tête de projection }

LE GRAPHE DES LIAISONS

Le graphe des liaisons met en évidence les liaisons entre les différentes classes d'équivalences.

Le graphe des liaisons du projecteur Imove est représenté ci-contre.

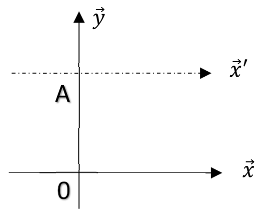
Ce graphe permet de visualiser les trois liaisons qui devront être définies à partir des surfaces de contact entre chaque classe d'équivalence.



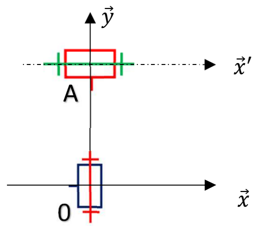
LE SCHÉMA CINÉMATIQUE

Le schéma cinématique minimal est une représentation du mécanisme qui met en évidence les possibilités de mouvements relatifs entre les classes d'équivalences. Les liaisons sont positionnées dans l'espace en situation de fonctionnement (direction de leurs axes principaux et leurs positions relatives). On ne représente ni l'épaisseur des pièces, ni les solutions technologiques utilisées.

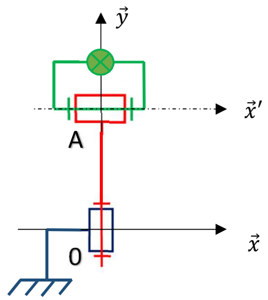
1ère étape : On repère la géométrie du système.

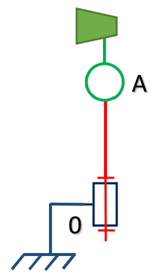


2nd étape : On place, sur leur centre respectif, les symboles associés aux liaisons rencontrées dans le système.



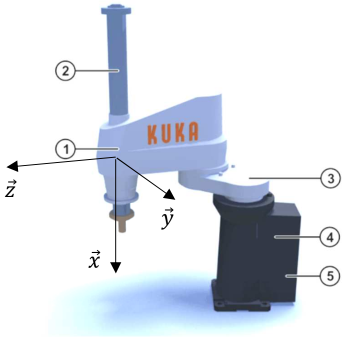
3ème étape : On relie entre elles toutes les liaisons en respectant de préférence l'architecture du système.





APPLICATION

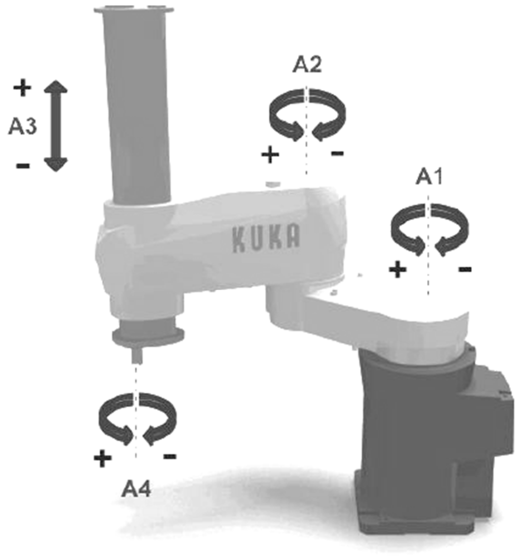
Etude du bras manipulateur Kuka.



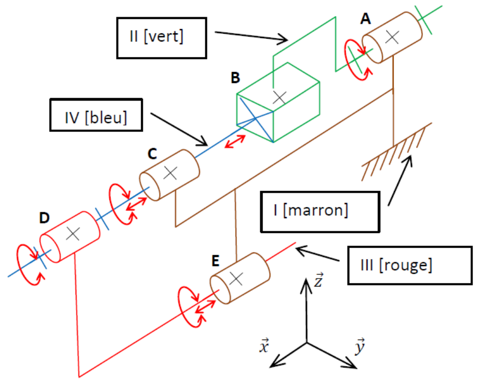
Sous-ensembles principaux

1	Bras	4	Embase
2	Broche	5	Installation électrique
3	Epaule		

a) Effectuer, à partir des seuls degrés de libertés A1, A2, A3 et A4, le schéma cinématique minimal du robot Kuka dans le repère $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.



Le schéma cinématique ci-dessous représente la liaison entre le bras et la broche du robot Kuka.



b) Donner le graphe des liaisons du sous-système bras/broche.

c) Tracer avec les mêmes couleurs le schéma cinématique dans le plan $(\vec{x}, \vec{z})$.