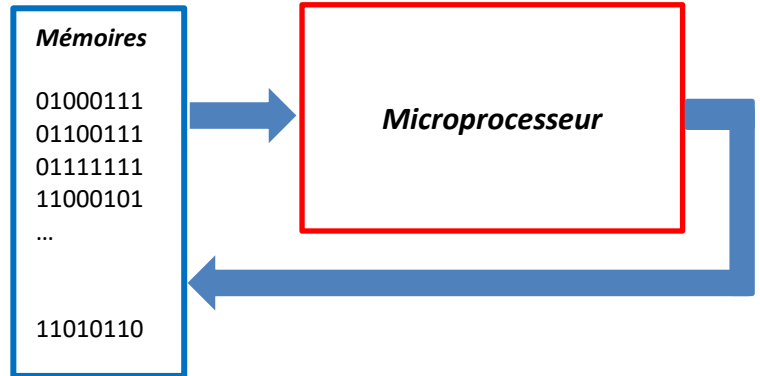


Fiche de cours Représentation des données Numération et codage

Documents disponibles sur sciencesdelingenieur.fr ▶ menu ressources pédagogiques ▶ Spécialité NSI

Pourquoi ce cours ?

Prenez conscience qu'un système numérique traite uniquement des données au format binaire. Les grandeurs numériques sont généralement manipulées par paquets de 8 bits (mots de 8, 16, 32, 64 ou 128 bits) suivant la puissance du microprocesseur.



1- La numération

1.1 Rappel sur le système décimal

La base 10 utilise 10 symboles différents : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Un nombre N (entier positif) exprimé dans ce système de numération est défini par le polynôme :

$$N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 \quad (\text{où } a_n \text{ est un chiffre de rang } n)$$

Exemple : $N = 2023$
 $N = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

Les puissances de 10 sont appelées les **poids** ou les **valeurs de position**. Le poids est égal à la base élevée à la puissance de son **rang**.

	Unités	Dizaines	Centaines	Milliers	10×Milliers	100×Milliers
Chiffre	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Rang	0	1	2	3	4	5
Poids	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5

1.2 Système binaire (binaire pur)

Le système binaire est le système de base 2, il utilise deux symboles différents, le 0 et le 1. Chacun des éléments est appelé bit (contraction de binary digit). Nous précisons la notation d'un nombre binaire avec le préfixe 0b ou en notant entre parenthèse avec en indice la valeur 2.

Dans ce système, le poids est une puissance de 2. Pour $N = 0b110110$ ou $(110110)_2$ le polynôme s'écrit :

$$N = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$N = (54)_{10}$$

Rappel des puissances de 2 :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768	65536

☞ Convertir en décimal les nombres :

$$N = 0b1011 = (\quad)_{10}$$

$$N = 0b00001011 = (\quad)_{10}$$

$$N = 0b11110000 = (\quad)_{10}$$

$$N = 0b11111110 = (\quad)_{10}$$

$$N = 0b11111111 = (\quad)_{10}$$

$$N = 0b111111111 = (\quad)_{10}$$

1.3 Format des nombres binaire, définitions :

Octet (byte en anglais) : Nombre binaire formé de 8 bits. *ex : 0b00000010, 0b10101111*

Mot (word) : En dehors de l'unité de transfert usuelle (octet), des regroupements plus importants sont couramment utilisés : le mot de 16 bits = 2 octets (**word**), le mot de 32 bits = 4 octets (**double word**), et le mot de 64 bits = 8 octets (**quad word**).

MSB, LSB : Dans un mot binaire, le bit situé le plus à gauche est le bit le plus significatif. Il sera désigné comme étant le MSB (Most Significant Bit). Celui situé le plus à droite est le bit le moins significatif, LSB (Least Significant Bit).

Remarque : Pour faciliter les manipulations des mots on peut le diviser en plusieurs octets. Le mot ci-dessous est constitué de 2 octets, celui situé à gauche sera désigné comme étant l'octet de poids fort, et celui situé à droite, l'octet de poids faible.

MSB															LSB
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	
octet de poids fort								octet de poids faible							
mot (16 bits)															

Quartet : nombre binaire formé de 4 éléments binaires. *Ex : 0001, 1001, 1111*

Capacités : La capacité en octets des différents constituants tels que les circuits mémoires ou les disques durs est souvent importante. Il devient indispensable d'utiliser **des unités multiples de l'octet**. Historiquement les préfixes « kilo », « méga », « giga » ... représentaient cette capacité naturellement exprimée par une puissance de 2 mais de nouveaux noms ont été créés pour noter ces valeurs. On parle désormais de « kibi », « mébi », « gibi » ...

ko (kB) = kilo-octet (kiloByte) = 10^3 octets = 1000 octets

Mo (MB) = Méga-octet (MegaByte) = 10^6 octets = 1000 ko

Go (GB) = Giga-octet (GigaByte) = 10^9 octets = 1000 Mo

To (TB) = Téra-octet (TeraByte) = 10^{12} octets = 1000 Go

kio (kiB) = kibi-octet (kibiByte) = 2^{10} octets = 1024 octets

Mio (MiB) = Mébi-octet (MebiByte) = 2^{20} octets = 1024 kibi-octet = 1 048 576 octets

Gio (GiB) = Gibi-octet (GibiByte) = 2^{30} octets = 1024 Mébi-octet = 1 073 741 824 octets

Tio (TiB) = Tébi-octet (TebiByte) = 2^{40} octets = 1024 Gibi-octet

k, M, G, T, ... = multiple du système international

b=bit, B=Byte, bi=binary

1.4 Etendue des valeurs en binaire

En utilisant n bits, on peut former 2^n nombres différents et le plus grand d'entre eux est égal à $(2^n - 1)$.

Par exemple si $n = 8$, $N_{\max} = (2^8 - 1) = 255$

On peut former 256 nombres évoluant de 0 0b00000000 à 255 0b11111111.

☞ Quelle est l'étendue d'un nombre définie sur 11 bits ?

☞ On souhaite dénombrer 2 millions de valeurs, quelle doit être la grandeur du mot binaire utilisé ?

1.5 Système hexadécimal

Le système hexadécimal est de **base 16** et utilise donc 16 symboles différents. On y trouvera les dix premiers chiffres décimaux : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et les 6 premières lettres de l'alphabet : A, B, C, D, E, F qui correspondent respectivement aux nombres décimaux de 10 à 15.

Base 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Base 16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
Base 2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111				

Nous précisons la notation d'un nombre hexadécimal avec le préfixe 0x ou en notant entre parenthèse avec en indice la valeur 16.

Exemple : $N = 0xAC53 = (AC53)_{16}$
 $N = A \times 16^3 + C \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 3 \times 16^0$ *Le poids est une puissance de 16*
 $N = 10 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 3 \times 16^0$
 $N = 44115$

Etendue des valeurs en hexadécimale : En utilisant n symboles on peut former 16^n nombres différents et le plus grand d'entre eux est égal à $(16^n - 1)$.

☞ Donnez la valeur en décimale des nombres suivants :

$N = 0x1234 =$

$N = 0xABCD =$

$N = 0xFFFF =$

2 Changement de base

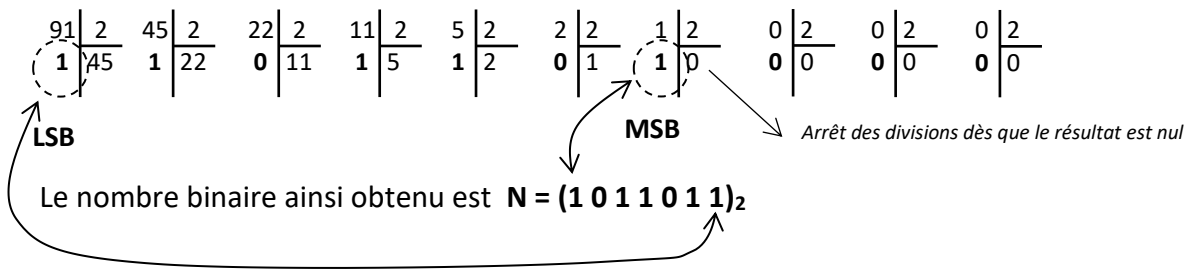
2.1 Conversion d'un nombre décimal en un nombre d'un système d'une autre base :

Un nombre N étant donné en base 10, cherchons à l'écrire dans un système de base b .

1ère méthode : la division successive

Nous divisons le nombre décimal à convertir par la base b et nous conservons le reste (division entière). Le quotient obtenu est ainsi successivement divisé tant qu'il n'est pas nul. Les restes successifs sont écrits, en commençant par le dernier, de la gauche vers la droite pour former l'expression de N dans le système de base b .

Exemple : Conversion de $N = 91$ en un nombre du système binaire ($b=2$).



☞ Avec cette méthode, convertissez en binaire puis en hexadécimale 29, 210 et 2023.

2nd méthode : Approximation successive (méthode du « compte est bon »)

On reconstitue le mot binaire en utilisant les poids rencontrés dans la base souhaitée.

☞ Avec cette méthode, convertissez en binaire 42 et 203

Poids	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	128	64	32	16	8	4	2	1
binaire								
binaire								

2.2 Passerelle entre la notation binaire et hexadécimale

Conversion d'un nombre hexadécimal en un nombre binaire :

Chaque symbole du nombre hexadécimal est remplacé par son équivalent écrit sur 4 bits dans le système binaire.

Exemple : $N = (BF8)_{16}$
 $N = (1011 \ 1111 \ 1000)_2$
 B F 8

Conversion d'un nombre binaire en un nombre hexadécimal :

C'est l'inverse de la précédente. Il faut donc regrouper les bits du nombre par quartets en commençant par la droite, puis chaque groupe est remplacé par le symbole hexadécimal correspondant à sa valeur.

Exemple : $N = (100001101111)_2$
 $N = (1000 \ 0110 \ 1111)_2 = (86F)_{16}$

2.3 Fonction de conversion en Python

Exemple sur la console :

```
Base10 -> base 2      bin(55) donne 0b110111
Base10 -> base 16     hex(55) donne 0x37
Base2 -> base 10      int('110111',2) ou 0b110111 donne 55
Base16 -> base 10     int('37',16) ou 0x37 donne 55
```

3- Le codage

3.1 Le code ASCII

Le jeu de caractères codés ASCII (American Standard Code for Information Interchange) est la norme de codage de caractères en informatique la plus connue, la plus ancienne et la plus compatible.

Le code ASCII initial est codé sur 7 bits (valeurs 0 à 127), il permet de définir :

- des caractères imprimables universels : lettres minuscules et majuscules, chiffres, symboles,...
- des codes de contrôle non imprimables : indicateur de saut de ligne, de fin de texte, codes de contrôle de périphériques, ...

Decimal	Hexadecimal	Binary	Octal	Char	Decimal	Hexadecimal	Binary	Octal	Char	Decimal	Hexadecimal	Binary	Octal	Char
0	0	0	0	[NULL]	48	30	110000	60	0	96	60	1100000	140	-
1	1	1	1	[START OF HEADING]	49	31	110001	61	1	97	61	1100001	141	a
2	2	10	2	[START OF TEXT]	50	32	110010	62	2	98	62	1100010	142	b
3	3	11	3	[END OF TEXT]	51	33	110011	63	3	99	63	1100011	143	c
4	4	100	4	[END OF TRANSMISSION]	52	34	110100	64	4	100	64	1100100	144	d
5	5	101	5	[ENQUIRY]	53	35	110101	65	5	101	65	1100101	145	e
6	6	110	6	[ACKNOWLEDGE]	54	36	110110	66	6	102	66	1100110	146	f
7	7	111	7	[BELL]	55	37	110111	67	7	103	67	1100111	147	g
8	8	1000	10	[BACKSPACE]	56	38	111000	70	8	104	68	1101000	150	h
9	9	1001	11	[HORIZONTAL TAB]	57	39	111001	71	9	105	69	1101001	151	i
10	A	1010	12	[LINE FEED]	58	3A	111010	72	:	106	6A	1101010	152	j
11	B	1011	13	[VERTICAL TAB]	59	3B	111011	73	;	107	6B	1101011	153	k
12	C	1100	14	[FORM FEED]	60	3C	111100	74	<	108	6C	1101100	154	l
13	D	1101	15	[CARRIAGE RETURN]	61	3D	111101	75	=	109	6D	1101101	155	m
14	E	1110	16	[SHIFT OUT]	62	3E	111110	76	>	110	6E	1101110	156	n
15	F	1111	17	[SHIFT IN]	63	3F	111111	77	?	111	6F	1101111	157	o
16	10	10000	20	[DATA LINK ESCAPE]	64	40	1000000	100	@	112	70	1110000	160	p
17	11	10001	21	[DEVICE CONTROL 1]	65	41	1000001	101	A	113	71	1110001	161	q
18	12	10010	22	[DEVICE CONTROL 2]	66	42	1000010	102	B	114	72	1110010	162	r
19	13	10011	23	[DEVICE CONTROL 3]	67	43	1000011	103	C	115	73	1110011	163	s
20	14	10100	24	[DEVICE CONTROL 4]	68	44	1000100	104	D	116	74	1110100	164	t
21	15	10101	25	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	69	45	1000101	105	E	117	75	1110101	165	u
22	16	10110	26	[SYNCHRONOUS IDLE]	70	46	1000110	106	F	118	76	1110110	166	v
23	17	10111	27	[ENG OF TRANS. BLOCK]	71	47	1000111	107	G	119	77	1110111	167	w
24	18	11000	30	[CANCEL]	72	48	1001000	110	H	120	78	1111000	170	x
25	19	11001	31	[END OF MEDIUM]	73	49	1001001	111	I	121	79	1111001	171	y
26	1A	11010	32	[SUBSTITUTE]	74	4A	1001010	112	J	122	7A	1111010	172	z
27	1B	11011	33	[ESCAPE]	75	4B	1001011	113	K	123	7B	1111011	173	{
28	1C	11100	34	[FILE SEPARATOR]	76	4C	1001100	114	L	124	7C	1111100	174	
29	1D	11101	35	[GROUP SEPARATOR]	77	4D	1001101	115	M	125	7D	1111101	175	}
30	1E	11110	36	[RECORD SEPARATOR]	78	4E	1001110	116	N	126	7E	1111110	176	~
31	1F	11111	37	[UNIT SEPARATOR]	79	4F	1001111	117	O	127	7F	1111111	177	[DEL]
32	20	100000	40	[SPACE]	80	50	1010000	120	P					
33	21	100001	41	!	81	51	1010001	121	Q					
34	22	100010	42	"	82	52	1010010	122	R					
35	23	100011	43	#	83	53	1010011	123	S					
36	24	100100	44	\$	84	54	1010100	124	T					
37	25	100101	45	%	85	55	1010101	125	U					
38	26	100110	46	&	86	56	1010110	126	V					
39	27	100111	47	'	87	57	1010111	127	W					
40	28	101000	50	(88	58	1011000	130	X					
41	29	101001	51)	89	59	1011001	131	Y					
42	2A	101010	52	*	90	5A	1011010	132	Z					
43	2B	101011	53	+	91	5B	1011011	133	[
44	2C	101100	54	,	92	5C	1011100	134	\					
45	2D	101101	55	-	93	5D	1011101	135]					
46	2E	101110	56	.	94	5E	1011110	136	^					
47	2F	101111	57	/	95	5F	1011111	137	_					

Un code étendu existe pour les principaux caractères latins.


☞ À l'aide de la table ASCII ci-dessus, coder la chaîne de caractère « Landerneau 2020 » en décimale puis en hexadécimale.

Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
128	80	À	160	A0	à	192	C0	Ĺ	224	E0	α
129	81	Á	161	A1	á	193	C1	Ł	225	E1	β
130	82	Â	162	A2	â	194	C2	ł	226	E2	Γ
131	83	Ã	163	A3	ã	195	C3	Ł	227	E3	Π
132	84	Ä	164	A4	ä	196	C4	ł	228	E4	Σ
133	85	Å	165	A5	å	197	C5	Ł	229	E5	σ
134	86	Ä	166	A6	ä	198	C6	ł	230	E6	μ
135	87	Ç	167	A7	ç	199	C7	Ł	231	E7	Υ
136	88	È	168	A8	è	200	C8	ł	232	E8	ϕ
137	89	É	169	A9	é	201	C9	Ł	233	E9	ο
138	8A	Ê	170	AA	ê	202	CA	ł	234	EA	Ω
139	8B	Ë	171	AB	ë	203	CB	Ł	235	EB	δ
140	8C	Ì	172	AC	ì	204	CC	ł	236	EC	ε
141	8D	Í	173	AD	í	205	CD	Ł	237	ED	ϕ
142	8E	Î	174	AE	î	206	CE	ł	238	EE	Π
143	8F	Ï	175	AF	ï	207	CF	Ł	239	EF	Ξ
144	90	Ĳ	176	B0	Ĳ	208	D0	Ł	240	FO	Ξ
145	91	Ĳ	177	B1	Ĳ	209	D1	ł	241	F1	ζ
146	92	Ĳ	178	B2	Ĳ	210	D2	Ł	242	F2	ζ
147	93	Ĳ	179	B3	Ĳ	211	D3	ł	243	F3	ζ
148	94	Ĳ	180	B4	Ĳ	212	D4	Ł	244	F4	ζ
149	95	Ĳ	181	B5	Ĳ	213	D5	ł	245	F5	ζ
150	96	Ų	182	B6	Ų	214	D6	Ł	246	F6	ζ
151	97	Ų	183	B7	Ų	215	D7	ł	247	F7	ζ
152	98	Ų	184	B8	Ų	216	D8	Ł	248	F8	ζ
153	99	Ų	185	B9	Ų	217	D9	ł	249	F9	ζ
154	9A	Ų	186	BA	Ų	218	DA	Ł	250	FA	ζ
155	9B	Ų	187	BB	Ų	219	DB	ł	251	FB	ζ
156	9C	Ų	188	BC	Ų	220	DC	Ł	252	FC	ζ
157	9D	Ų	189	BD	Ų	221	DD	ł	253	FD	ζ
158	9E	Ų	190	BE	Ų	222	DE	Ł	254	FE	ζ
159	9F	Ų	191	BF	Ų	223	DF	ł	255	FF	ζ

3.2 UNICODE et son encodage

Pour coder de manière universelle l'ensemble des symboles utilisés quelle que soit la langue (anglais, français, grec, chinois...) il est possible d'attribuer un identifiant numérique à tout caractère ou symbole (émoticônes). Ce type de codage est proposé par la norme **Unicode** dont la plage définie permet d'attribuer jusqu'à 1114112 caractères

Chaque symbole d'écriture est représenté par un nom et une valeur hexadécimale de 4 à 6 caractères préfixée par « **U+** ».

A	« lettre majuscule latine A »	U+0041
é	« lettre minuscule latine e accent aigu »	U+00E9
€	« symbole euro »	U+20AC
	« Emoji rolling on the floor laughing »	U+1F923

Encodage

Pour stocker sur un support informatique un texte constitué de caractères Unicode il faut choisir un procédé transformant chaque définition Unicode en une suite d'octets. C'est ce que l'on appelle le **processus d'encodage**. Actuellement le système d'encodage le plus couramment utilisé est l'**UTF-8** (Unicode Transformation Format)

Définition du nombre d'octets utilisés en UTF-8

1 octet codant 1 à 7 bits →	0xxxxxxx
2 octets codant 8 à 11 bits →	110xxxxx 10xxxxxx
3 octets codant 12 à 16 bits →	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx
4 octets codant 17 à 21 bits →	11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx

Exemple d'encodage en UTF-8

Type	Caractère	Point de code (hexadécimal)	Valeur scalaire		Codage UTF-8	
			décimal	binaire	binaire	hexadécimal
Contrôles	[NUL]	U+0000	0	00000000	00000000	00
	[US]	U+001F	31	00111111	00011111	1F
Texte	[SP]	U+0020	32	01000000	00100000	20
	A	U+0041	65	1000001	01000001	41
	~	U+007E	126	1111110	01111110	7E
Contrôles	[DEL]	U+007F	127	1111111	01111111	7F
	[PAD]	U+0080	128	00010 000000	11000010 10000000	C2 80
	[APC]	U+009F	159	00010 011111	11000010 10011111	C2 9F
Texte	[NBSP]	U+00A0	160	00010 100000	11000010 10100000	C2 A0
	é	U+00E9	233	00011 101001	11000011 10101001	C3 A9
	☺	U+07FF	2047	11111 111111	11011111 10111111	DF BF
	☺	U+0800	2048	0000 100000 000000	11100000 10100000 10000000	E0 A0 80
	€	U+20AC	8 364	0010 000010 101100	11100010 10000010 10101100	E2 82 AC
	☺	U+D7FF	55 295	1101 011111 111111	11101101 10011111 10111111	ED 9F BF

Ex : Pour le symbole € codé en unicode U+20AC = $(8364)_{10}$ ou $(10\ 0000\ 1010\ 1100)_2$ soit 14 bits
3 octets sont utilisés : 11100010 10000010 10101100 soit E2 82 AC

☞ Donnez le code UTF-8 de l'émoticône « rolling on the floor laughing » U+1F923

<https://www.compart.com/fr/unicode/U+1F923>

Remarque utile :

Pour insérer un caractère ASCII sur PC , maintenez la touche ALT enfoncée tout en tapant le code du caractère.
Pour insérer un caractère Unicode, appuyez sur ALT et sur X, tapez le code du caractère.