

Cours

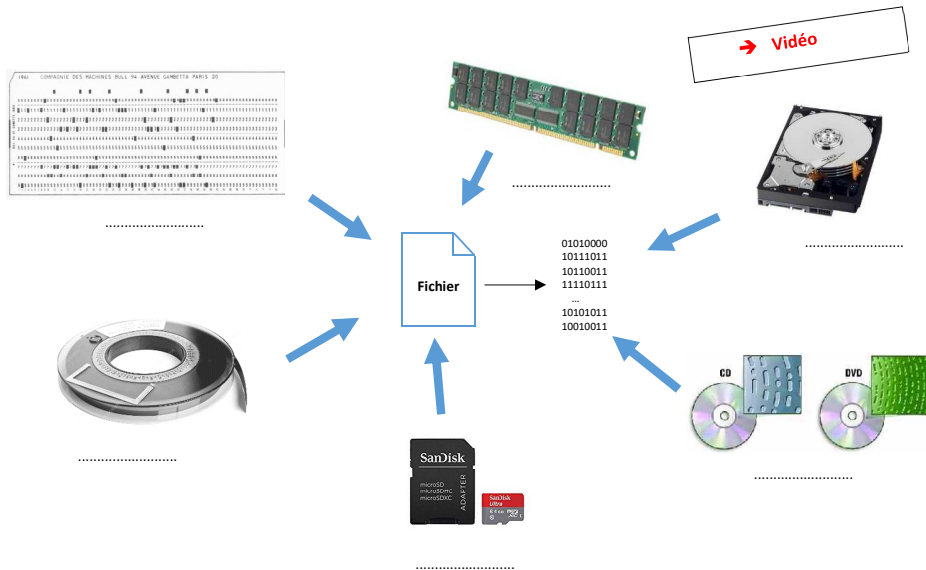
Représentation des données

La photographie numérique

A - Introduction

Petite histoire du stockage de données binaires

Une donnée est la représentation d'une information. Bien avant la naissance de l'informatique moderne, on a eu besoin de stocker puis de structurer ce type d'information. Le format binaire utilisé par les machines les plus modernes est donc un héritage de très anciennes technologies !



Vous avez vu précédemment que le fichier numérique associé à une image était constitué d'une succession de nombres plus ou moins grands. Chacun de ces nombres caractérise les pixels (les points) de l'image.

Nous allons nous intéresser aujourd'hui aux outils capables de manipuler le contenu des fichiers numériques. Pour ce faire nous devons comprendre le binaire (la numération en base 2) ainsi que l'hexadécimale (la numération en base 16).

B- Numération



Rappel sur le système de numération décimale – La base 10 –

Le système de **base 10** utilise **10 symboles** différents : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

Un nombre N exprimé dans ce système de numération est défini par la relation ci-dessous :

$$N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$$

Exemple : $N = (2022)_{10}$
 $N = 2 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 2 \times 10^0$



Les puissances de 10 sont appelées les **poids** ou les **valeurs de position**.

	Unité	Dizaine	Centaine	Milliers	10×Milliers	100×Milliers
Chiffre	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Poids	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5

Le système de numération binaire – La base 2 –

Le système binaire est le système de base 2, c'est à dire qui utilise deux symboles différents : le **0** et le **1**. Chacun d'eux est appelé bit (contraction de **b**inary **d**igit).

$$N = a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0$$

Example : $N = (10110)_2$
 $N = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
 $N = (22)_{10}$

Dans ce système, le poids est une puissance de 2.

👉 Compléter ses valeurs :

[illegible]

👉 Pourquoi ces valeurs vous paraissent-elle familières ?

☞ Donner la valeur exprimée par les nombres binaires suivants ?

$$(1010)_2 = \quad (00101101)_2 = \quad (10000000)_2 = \quad (11111111)_2 =$$

Voici un tableau des 20 premiers nombres en binaire.

	Base 2				
Base 10	a ₄	a ₃	a ₂	a ₁	a ₀
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0
5	0	0	1		
6	0	0	1		
7	0	0			
8	0				
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					

Méthode de remplissage :

- On commence à 0 sur tous les bits
- Le bit le plus à droite change à chaque ligne
- Le bit suivant change toutes les 2 lignes
- Le bit suivant change toutes les 4 lignes
- Le bit suivant change toutes les 8 lignes
- Le bit suivant change toutes les 16 lignes
- ...
- Le bit de rang n change toutes les 2ⁿ lignes

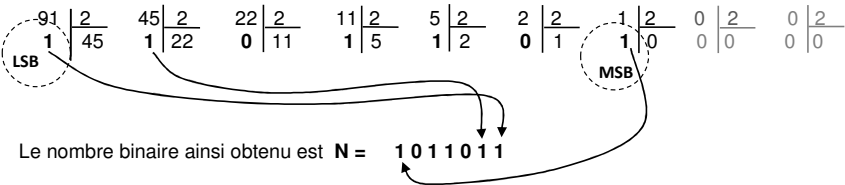
→ Compléter le tableau puis vérifier quelques valeurs à partir du polynôme en 2ⁿ

Conversion d'un nombre décimal en binaire

1ère méthode : la division successive

Nous précédons à une division entière par 2 du nombre décimal à convertir et nous conservons le reste. Le quotient obtenu est ainsi successivement divisé tant qu'il n'est pas nul. Les restes successifs sont écrits, en commençant par le dernier, de la gauche vers la droite pour former l'expression du nombre en base 2.

Exemple : conversion de N = (91)₁₀ en un nombre du système binaire (b=2).



Avec cette méthode convertissez en binaire les valeurs décimales 13, 18, 255

2nd méthode : Approximation successive (méthode du compte est bon)

On reconstitue le mot binaire en utilisant les poids rencontrés dans la base souhaitée.

Avec cette méthode, convertissez en binaire 14, 19 et 127

Poids	2 ⁷	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰
	128	64	32	16	8	4	2	1
14								
19								
127								

Le système de numération hexadécimal – La base 16 –

Le système hexadécimal est de base 16, il utilise donc 16 symboles : Les dix premiers chiffres décimaux : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et les 6 premières lettres de l'alphabet : A, B, C, D, E, F.

Base 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Base 16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
Base 2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111				

Exemple : N = (AC53)₁₆
N = A × 16³ + C × 16² + 5 × 16¹ + 3 × 16⁰
N = 10 × 16³ + 12 × 16² + 5 × 16¹ + 3 × 16⁰
N = (44115)₁₀

Donner la valeur exprimée par les nombres suivants ?

(5C)₁₆ = (C5)₁₆ = (ABBA)₁₆ = (FFFF)₁₆ =

Passerelle entre le binaire et l'hexadécimale

Chaque symbole du nombre hexadécimal est remplacé par son équivalent écrit dans le système binaire sur 4 bits et vice-versa.

Exemple : N = (B F 8)₁₆
N = (1011 1111 1000)₂
B F 8

Exemple : N = (100001101111)₂
N = (1000 0110 1111)₁₆
8 6 F