Lois Physiques

Chapitre 1
Electrocinétique

G. MALEJACQ

ELECTROCINETIQUE

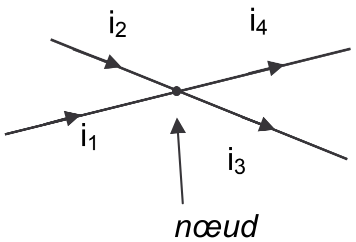
I – Rappel sur les Lois de Kirchoff

*Terminologie : Un **nœud** est un point de jonction entre au moins 3 conducteurs.*
*Une **branche** est une portion de circuit comprise entre 2 nœuds successifs.*
*Une **maille** est un ensemble de branches formant un circuit fermé.*

1.1 Loi des nœuds

La somme algébrique des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme algébrique des courants qui en partent.

$\sum \text{i rentrant} = \sum \text{i sortant}$

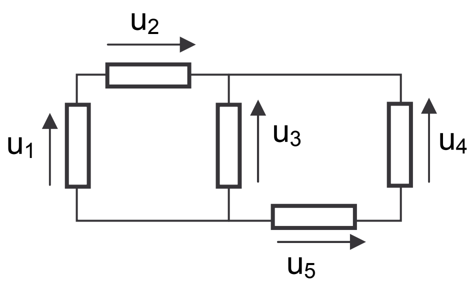


$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$

1.2 Loi des mailles

Dans une maille (une boucle), la somme algébrique des tensions rencontrées est nulle

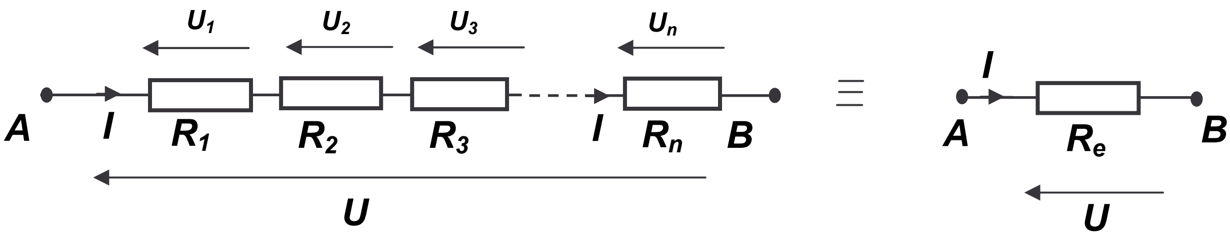
Exemple : Dans ce montage on peut écrire :



$u_1 + u_2 – u_3 = 0$
$u_1 + u_2 – u_4 – u_5 = 0$
$u_3 – u_4 – u_5 = 0$

1.3 Association série de résistances

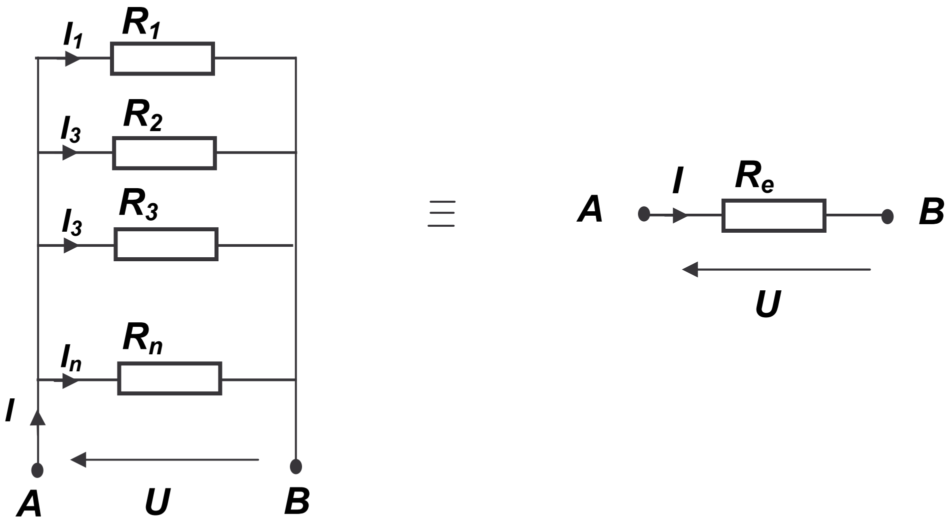
Des résistances en série sont traversées par le même courant.



Sachant que U = $\sum U_n$, on démontre avec la loi d'ohm que $\boxed{Re = \sum R = R_1+R_2+R_3+…+ R_n}$

1.4 Association parallèle de résistances

Des résistances en parallèle sont soumises à la même tension.



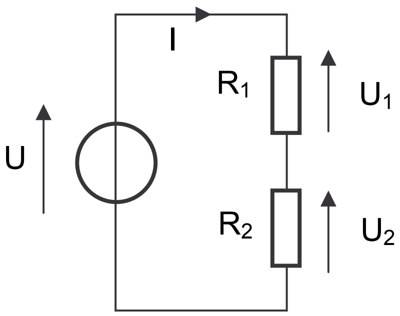
Sachant que I = $\sum I_n$, on démontre avec la loi d'Ohm que $\boxed{\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{Rn}}$

Exemple : Si deux résistances sont en parallèle alors $R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

1.5 Diviseur de tension

Pour un ensemble de résistances mises en série (même courant les traversant) soumis à une tension U, la tension présente aux bornes d'une résistance est $\boxed{U_n = \frac{U.R_n}{\sum R}}$

Exemple : Exprimons dans ce circuit U_2 et U_1 en fonction de R_1, R_2 et U



$U = U_1 + U_2$
$U_1 = R_1 I$
$U_2 = R_2 I$

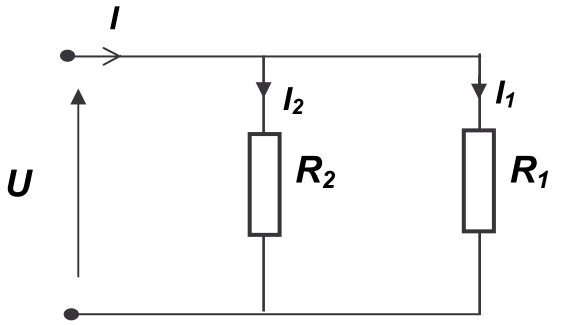
$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

Il s'ensuit que

$$U_1 = \frac{U R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{U R_2}{R_1 + R_2}$$

1.6 Diviseur de courant

Connaissant I dans le montage ci-dessous on démontre que $I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2}$ et que $I_2 = \frac{IR_1}{R_1 + R_2}$

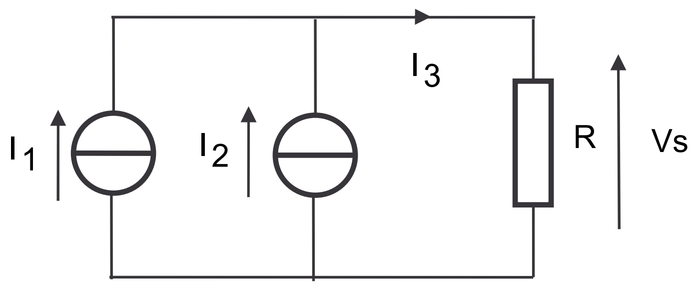


II Théorèmes fondamentaux

2.1 Théorème de superposition.

Enoncé : L'intensité du courant produit dans une branche quelconque d'un réseau linéaire par un ensemble de générateur est la somme algébrique des courants produits dans cette branche par chacun d'eux supposé seul connecté, les autres étant remplacés par des résistances égales à leur résistance interne.

Exemple simple :



On veut appliquer le théorème de superposition. Pour retrouver Vs on éteint successivement les sources I_1 et I_2 en les remplaçant par leur résistance interne qui est infinie par hypothèse :

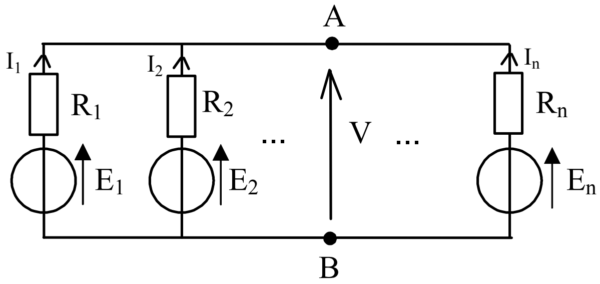
a) Pour $I_1 = 0 \rightarrow Vs_1 = R \cdot I_2$

b) Pour $I_2 = 0 \rightarrow Vs_2 = R \cdot I_1$

On en déduit : $Vs = Vs_1 + Vs_2 = R\,(I_1 + I_2)$

2.2 Théorème de Millman.

Soit un réseau formé de 2 nœuds reliés à **n** branches :



$$\sum_{p=1}^{n} I_p = 0 \;\rightarrow V = E_p - R_p I_p$$

$$\frac{V}{R_p} = \frac{E_p}{R_p} - R_p$$

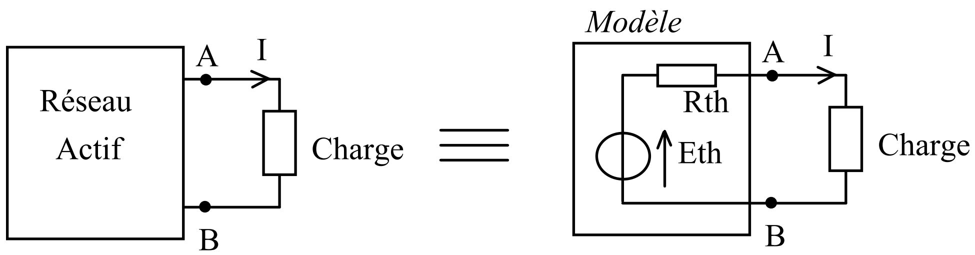
Si on ajoute les relations :

$$\boxed{V = \frac{\sum_{p=1}^{n} \frac{E_p}{R_p}}{\sum_{p=1}^{n} \frac{1}{R_p}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \ldots + \frac{En}{Rn}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}}$$

Remarque : Il faut prendre soin d'adapter le signe des expressions du numérateur au sens des générateurs E_n.

2.3 Théorème de Thévenin.

Enoncé : Tout réseau linéaire actif vu de ses 2 extrémités A et B se comporte comme une source réelle de tension dont la fem **Eth** est égale à la tension qui apparaît <u>à vide</u> entre A et B et dont la résistance interne **Rth** est égale à la résistance du réseau <u>rendu passif</u> vu des deux points A et B.

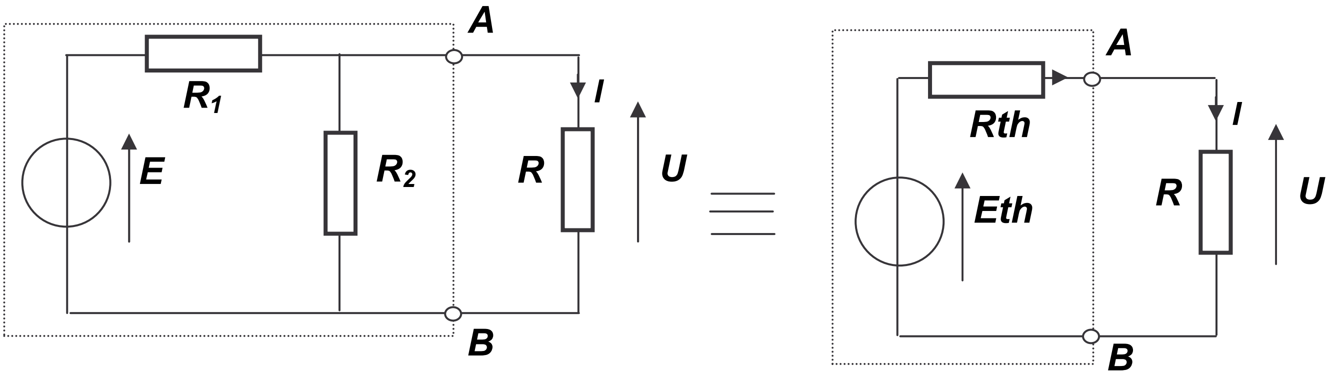


Eth : U_{AB} quand la charge est enlevée (I = 0)
Rth : résistance entre A et B du réseau rendu passif.

Réseau rendu passif :
Réseau dans lequel on a remplacé chaque générateur par une résistance égale à sa résistance interne.

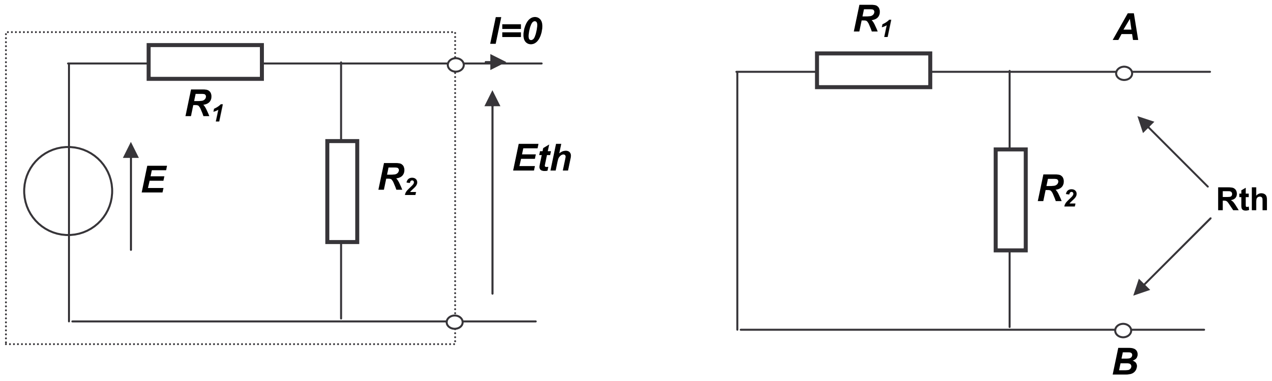
- ⇨ *La résistance interne d'un générateur de tension parfait est nulle (r = 0).*
- ⇨ *La résistance interne d'un générateur de courant parfait est infinie (r = ∞).*

Exemple d'étude : Afin d'exprimer U en fonction des éléments du montage ci-dessous nous allons initialement simplifier la structure encadrée.



La valeur du générateur Eth est celle vue en sortie de la première partie du montage. On montre aisément que $\boxed{\mathrm{Eth} = \dfrac{\mathrm{E}\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1 + \mathrm{R}_2}}$

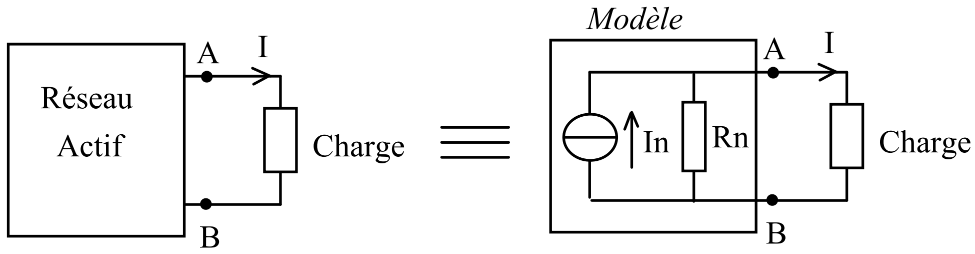
La résistance Rth doit être considérée entre A et B lorsque la source E est rendue passive (on pose E =0 pour les générateurs idéaux de tension). Nous remarquons ici que Rth correspond à l'association des résistances R_1 et R_2 soit l'expression $\boxed{\mathrm{Rth} = \dfrac{\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1 + \mathrm{R}_2}}$



Ces deux éléments identifiés, l'expression de la tension U est d'après la formule du pont diviseur : $\boxed{\mathrm{U} = \dfrac{\mathrm{Eth.R}}{\mathrm{R} + \mathrm{Rth}} = \dfrac{\mathrm{E}\mathrm{R}_2\mathrm{R}}{\mathrm{R}_1\mathrm{R} + \mathrm{R}\mathrm{R}_2 + \mathrm{R}_1\mathrm{R}_2}}$

2.4 Théorème de Norton.

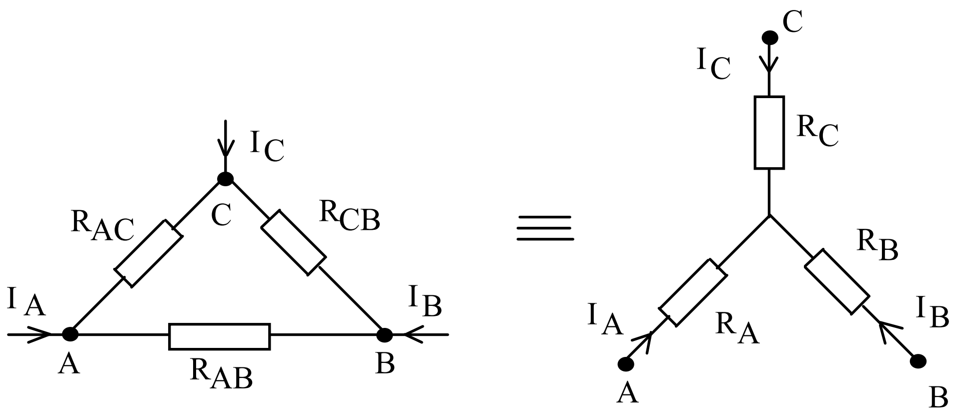
Enoncé : Tout réseau linéaire actif vu de ses 2 bornes A et B se comporte comme un générateur de courant réel débitant un courant **In** égal au courant de court-circuit entre A et B et dont la résistance interne **Rn** (en parallèle) est la résistance du réseau rendu passif vu des deux points A et B.



In : courant de court-circuit entre A et B.
Rn : Idem Thévenin.

2.5 Théorème de Kennely.

Ce théorème permet la transformation d'un circuit "triangle" en circuit "étoile" et inversement.



L'équivalence entre les circuits doit être vérifiée quels que soient les courants I_A, I_B, I_C. En posant un des courants nul dans ces deux schémas on peut identifier :

$$R_A = \frac{R_{AB}.R_{AC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{CB}} \qquad R_{AB} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_C}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}.R_{BC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{CB}} \qquad \text{ou encore} \qquad R_{AC} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_B}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}.R_{CB}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{CB}} \qquad R_{CB} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_A}$$