LES NOMBRES COMPLEXES Exercices

Exercice 1

Compléter le tableau suivant dans lequel on vous demande d'exprimer le module, l'argument, la forme trigonométrique et la forme exponentielle des différentes impédances complexes.

Forme algébrique	*Module*	*Argument (déphasage de u/i)*	*Forme trigonométrique*	*Forme exponentielle*
$\underline{Z}_1 = 1$				
$\underline{Z}_2 = j$				
$\underline{Z}_3 = -j$				
$\underline{Z}_4 = 1 + j$	$\sqrt{2}$	$\pi/4$	$\sqrt{2}\,(\cos \pi/4 + j \sin \pi/4)$	$\sqrt{2}\, e^{j\pi/4}$
$\underline{Z}_5 = -1 + j$				
$\underline{Z}_6 = -1 - j$				
$\underline{Z}_7 = \dfrac{1}{1+j}$				

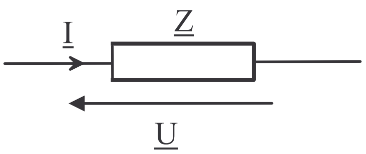
Exercice 2

a) En appliquant la formule trigonométrique calculer $(1 + j)^5$ puis $\left(\dfrac{-1 - j\sqrt{3}}{2}\right)^4$

b) En appliquant la formule exponentielle complexe calculer $\dfrac{(1+j)^5}{(1-j)^3}$

c) Linéariser $\cos^4\theta$

Exercice 3

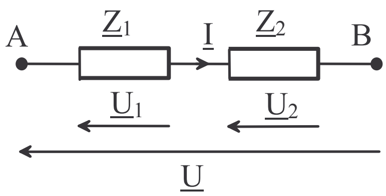


$\underline{Z} = [20,-45°]$

U = 40 V (valeur efficace) f = 50 Hz

a) Calculer la résistance et la réactance du dipôle.
b) Calculer le courant (valeur efficace et déphasage par rapport à la tension).
c) Donner un modèle équivalent de ce dipôle.

Exercice 4

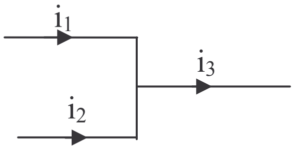


$\underline{Z}_1 = [10,30°]$
$\underline{Z}_2 = [20,-45°]$
U = 20 V 50 Hz

a) Calculer l'impédance du dipôle AB, sa résistance et sa réactance.
b) Calculer l'admittance, la conductance et la susceptance du dipôle.
c) Calculer les valeurs efficaces et les déphasages, par rapport à u, de i, u_1 et u_2.

Exercice 5

a) En utilisant les propriétés des nombres complexes, retrouver l'expression temporelle (amplitude et phase à l'origine) du courant i_3.



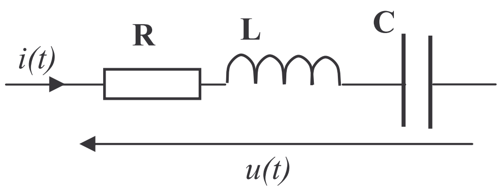
i_1=10 sin(ωt+0,23)

i_2= 6,33 sin(ωt+1,02)

b) Représenter les vecteurs de Fresnel correspondant à i_1, i_2 et i_3

Exercice 6

Expression de l'impédance d'un circuit RLC série



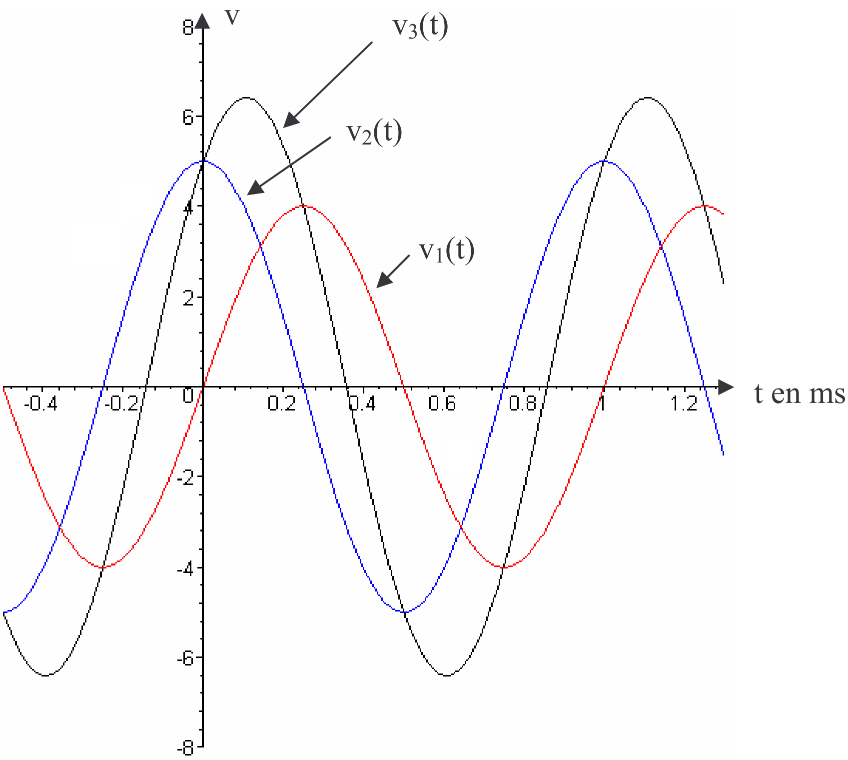
a) Déterminer l'impédance $\underline{Z} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}$ du circuit suivant :

b) Exprimer la pulsation particulière ω_0 pour laquelle l'impédance sera égale à R.

c) Montrer que $\underline{Z}$ peut se mettre sous la forme $\underline{Z} = R\left[1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)\right]$. Identifier Q

Exercice 7

Sur le chronogramme suivant on retrouve la représentation de trois tensions alternatives.



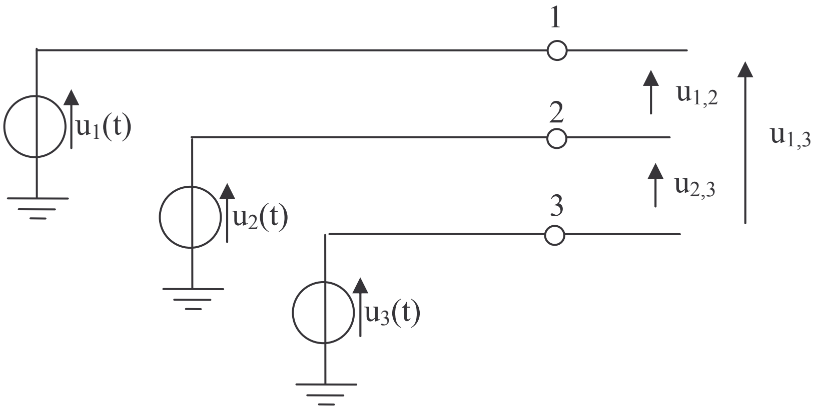
a) Donner l'amplitude maximale, la valeur efficace, la phase à l'origine et la fréquence des trois tensions, $v_1(t)$ en noir, $v_2(t)$ en bleu et $v_3(t)$ en rouge.

b) Donner une expression complexe des trois tensions puis vérifier que $\underline{V}_3 = \underline{V}_1 + \underline{V}_2$

Exercice 8

Le réseau EDF propose 3 sources de tensions de même valeur efficace (230 V) mais déphasées entre elles de 120° ($\frac{2\pi}{3}$). Les fonctions des tensions présentent sur chacune des phases sont :

$u_1(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t)$ $u_2(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$ $u_3(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$



On peut lire les tensions composées :
$u_{12}(t) = u_1(t)-u_2(t)$
$u_{23}(t) = u_2(t)-u_3(t)$
$u_{13}(t) = u_1(t)-u3(t)$

a) Placer les images des trois tensions simples, soit $\overrightarrow{U_1}$, $\overrightarrow{U_2}$ et $\overrightarrow{U_3}$ dans un plan cartésien.

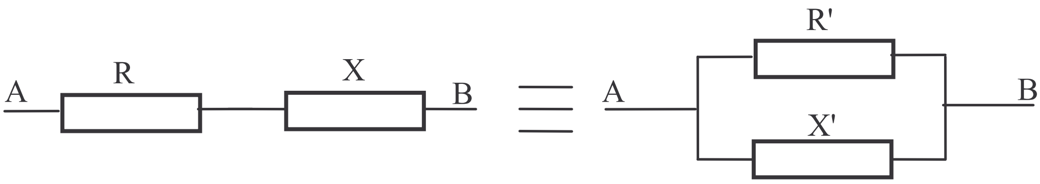
b) Construire le vecteur correspondant à l'opération entre $\overrightarrow{U_1}$ et $\overrightarrow{U_2}$ pour donner $\overrightarrow{U_{12}}$

c) Déduire de cette construction les caractéristiques (valeur efficace et phase à l'origine) de la tension composée $u_{12}(t)$. Vérifier que le rapport entre les deux amplitudes est $\sqrt{3}$.

d) Refaites les mêmes calculs en utilisant les nombres complexes.

Exercice 9

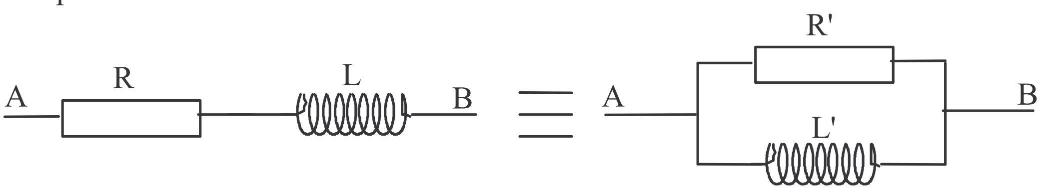
1) Montrer que tout dipôle linéaire, constitué d'une résistance R et d'une réactance X en série, d'impédance complexe $\underline{Z} = R + jX$, est équivalent à une résistance R' et une réactance X' en parallèle.



Exprimer R' et X' en fonction de R et X, puis R et X en fonction de R' et X', pour une pulsation ω donnée.

2) Application :

a) Déterminer R' et L' en fonction de R et L pour que les dipôles (R,L) et (R',L') soient équivalent pour une pulsation donnée.



b) Application numérique : L = 0,2 H R = 10 Ω f = 16 Hz